

Писмени испит из Геометрије 5, смерови Р и Н, 13.06.2017.

1. (а) У еуклидском простору $\mathbb{E}^3$ дата је трансформација Φ својим формулама у односу на ортонормирани репер $x' = \frac{1}{9}(x + 8y - 4z) - 2$, $y' = \frac{1}{9}(-4x + 4y + 7z) + 2$, $z' = \frac{1}{9}(8x + y + 4z) + 2$. Доказати да је Φ изометрија, одредити основне компоненте и скицирати путању тачке.
(б) Одредити формуле трансвекције тродимензионог афиног простора чије су тачке $(2, -1, 0)$ и $(0, 0, 1)$ фиксне, док се тачка $(1, 1, 1)$ слика у тачку $(2, 1, 0)$.
2. Елипса $\mathcal{E}$ еуклидске равни сече сваку страну троугла ABC у два тачкама и то: страну BC у тачкама P и P' , страну AC у тачкама Q и Q' , страну AB у тачкама R и R' . Доказати да су праве AP , BQ , CR конкурентне акко су праве AP' , BQ' , CR' конкурентне.
3. Коника пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ одређена је неколинеарним тачкама A , B , C и тангентама a , b те конике у тачкама A , B (a , b не садрже тачку C).
(а) Конструисати тангенту конике у тачки C , као и другу пресечну тачку конике и произвољне праве кроз C .
(б) Описати претходне конструкције у случају еуклидске хиперболе одређене асимптотама a и b и тачком C .
4. Дате су четири тачке A , B , C , D пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ у општем положају. Праве AB и CD секу се у тачки E , праве AD и BC у тачки F , праве AC и BD у S , праве EF и AS у тачки P .
(а) Доказати да важи $\mathcal{H}(AS, BS; ES, FS)$ и $\mathcal{H}(A, C; S, P)$.
(б) Уколико тачке A , B , C , D леже на коници и на њој важи $\mathcal{H}(A, B; C, D)$, доказати да се тангенте у тачкама B и D секу у тачки P .

Писмени испит из Геометрије 5, смерови Р и Н, 13.06.2017.

1. (а) У еуклидском простору $\mathbb{E}^3$ дата је трансформација Φ својим формулама у односу на ортонормирани репер $x' = \frac{1}{9}(x + 8y - 4z) - 2$, $y' = \frac{1}{9}(-4x + 4y + 7z) + 2$, $z' = \frac{1}{9}(8x + y + 4z) + 2$. Доказати да је Φ изометрија, одредити основне компоненте и скицирати путању тачке.
(б) Одредити формуле трансвекције тродимензионог афиног простора чије су тачке $(2, -1, 0)$ и $(0, 0, 1)$ фиксне, док се тачка $(1, 1, 1)$ слика у тачку $(2, 1, 0)$.
2. Елипса $\mathcal{E}$ еуклидске равни сече сваку страну троугла ABC у два тачкама и то: страну BC у тачкама P и P' , страну AC у тачкама Q и Q' , страну AB у тачкама R и R' . Доказати да су праве AP , BQ , CR конкурентне акко су праве AP' , BQ' , CR' конкурентне.
3. Коника пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ одређена је неколинеарним тачкама A , B , C и тангентама a , b те конике у тачкама A , B (a , b не садрже тачку C).
(а) Конструисати тангенту конике у тачки C , као и другу пресечну тачку конике и произвољне праве кроз C .
(б) Описати претходне конструкције у случају еуклидске хиперболе одређене асимптотама a и b и тачком C .
4. Дате су четири тачке A , B , C , D пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ у општем положају. Праве AB и CD секу се у тачки E , праве AD и BC у тачки F , праве AC и BD у S , праве EF и AS у тачки P .
(а) Доказати да важи $\mathcal{H}(AS, BS; ES, FS)$ и $\mathcal{H}(A, C; S, P)$.
(б) Уколико тачке A , B , C , D леже на коници и на њој важи $\mathcal{H}(A, B; C, D)$, доказати да се тангенте у тачкама B и D секу у тачки P .